

真空管道高速列车气动噪声源特性分析

刘加利* 张继业 张卫华

(西南交通大学 牵引动力国家重点实验室 成都 610031)

Simulation of Noise Source for High Speed Train in Evacuated Tube

Liu Jiali*, Zhang Jiye, Zhang Weihua

(Traction Power State Key laboratory, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract The dynamic situation, involving a high speed train traveling in the evacuated tube, was modeled, approximated, and simulated to analyze the aerodynamic noise sources. The influence of the physical conditions, such as the pressure in the tube, speed, and blockage ratio, on the dipole and quadrupole models of the noise sources was simulated. The simulated results show that in the low pressure range ($10^3 \sim 10^4$ Pa), the continuum model works pretty well in describing the air flow. The dipole and quadrupole noise sources depend linearly on the logarithm of the train speed. When it comes to the noise intensity at a speed of 600 km/h, the dipole noise source significantly outweighs the quadrupole noise source. As the speed increases, the quadrupole noise source plays an increasingly important role and finally prevails over the dipole noise source. The noise intensity can be considerably reduced by lowering both the pressure and the blockage ratio.

Keywords Evacuated tube, Tube pressure, Blockage ratio, Train speed, Dipole noise source, Quadrupole noise source

摘要 为研究真空管道中高速列车的气动噪声源特性,建立低压环境下真空管道高速列车空气动力学计算的流体模型、数学模型和数值模型,以及高速列车偶极子噪声源和四极子噪声源的计算模型,研究管道压力、列车速度和阻塞比对真空管道高速列车偶极子噪声源和四极子噪声源的影响。计算结果表明,在低压($10^3 \sim 10^4$ Pa)环境下,真空管道中的空气流动可以采用连续介质模型描述。高速列车偶极子噪声源和四极子噪声源均与车速的对数成线性关系,当车速为600 km/h时,四极子噪声源较小,偶极子噪声源占据主导地位,随着列车速度的提高,四极子噪声源变得明显,并占据主导地位。降低管道压力和阻塞比可以有效减小高速列车气动噪声源的强度。

关键词 真空管道 管道压力 阻塞比 列车速度 偶极子噪声源 四极子噪声源

中图分类号: TB71⁺1 文献标识码: A doi: 10.3969/j.issn.1672-7126.2013.10.14

随着列车运行速度的提高及高速列车运营的日益普遍,许多在低速时被合理忽略的问题都逐渐浮出水面,并且在很大程度上影响着列车的提速。与普通列车相比,高速列车所处的动态环境发生了质的变化,由机械、电气作用为主,变成了以气动作用为主^[1]。高速列车的气动阻力与运动速度的二次方成正比,且高速列车运行产生的气动噪声更与运行速度的六次方到八次方成正比^[2-3]。这是任何地面形式的交通工具都无法避免的客观规律。在地表稠密大气层中运行的高速交通工具,其最高速度都不宜超过400 km/h^[4]。为在地面上获得更高的

运行速度,其根本途径只能是改变介质的密度。干线飞机的巡航高度达到万米,也是为了摆脱地表稠密大气层的作用。地面列车无法飞到万米高空,但是可以利用密闭的管道,通过降低管道内部的压力,相当于在列车周围创造出低密度的介质环境,可以摆脱气动阻力和气动噪声的困扰,在理论上可以实现任意高速度的运行,真空管道高速交通作为下一代高速运载工具的想法应运而生。从全球范围来看,真空管道高速交通目前尚无先例可供参考,对真空管道高速交通的设想主要有两种:美国的ETT系统和瑞士的超高速地铁。美国ETT公司只是对真

收稿日期: 2012-11-06

基金项目: 国家自然科学基金项目(No. 50823004, 50821063); “十一五”国家科技支撑计划项目(No. 2009BAG12A01-C12)

*联系人: E-mail: liujiali0612@163.com

空管道运输系统的总体设想进行了介绍,并未有对其列车空气动力学问题进行深入研究。瑞士超高速地铁工程研究的主要课题中虽然包含了高速车辆与管道内的空气动力学问题,但是只局限于大气压力为 10^4 Pa, 列车运行速度为 $400 \sim 500$ km/h 条件下的列车空气动力学特性^[5-6]。在国内,2004年12月18日,由沈志云、钟山^[7]联合发起的“真空管道高速交通”院士学术报告会在西南交通大学顺利召开,对真空管道高速交通系统的科学性、现实性、发展前景及重大意义等进行讨论。真空管道高速列车空气动力学的研究正处于起步阶段,相关的研究工作还非常少,文献[8]采用二维不可压缩模型研究了真空管道中阻塞比对列车气动阻力的影响特性。文献[9]采用二维可压缩模型研究了真空管道高速列车气动阻力与列车速度、阻塞比和管道压力的关系。文献[10]采用三维可压缩模型研究了真空管道高速列车气动阻力与列车速度、阻塞比和管道压力的关系。目前已有的研究工作主要是关注真空管道中高速列车的气动阻力特性,而没有文献涉及真空管道中高速列车的气动噪声问题,在真空管道中,高速列车的外部气动噪声不会对环境产生影响,但高速列车的车内气动噪声会影响旅客的乘坐舒适性。真空管道中高速列车的车内气动噪声与车身表面的气动噪声源有关,本文采用三维可压缩模型对真空管道高速列车的气动噪声源进行数值计算,并研究列车速度、阻塞比和管道压力对列车气动噪声源的影响。

1 真空管道高速列车空气动力学模型

1.1 流体模型

随着真空管道内部管道压力的减小,真空管道中气体的密度随着减小,气体的稀薄效应变得越来越明显。气体流动的稀薄程度可以采用 Knudsen 数表示。Knudsen 数(Kn)定义为分子平均自由程 λ 与流动特征长度 L 的比值,即

$$Kn = \lambda / L \quad (1)$$

钱学森^[11]最早根据稀薄程度将气体流动分为三大领域,即滑移领域 ($0.01 < Kn < 0.1$)、过渡领域 ($0.1 < Kn < 10$)和自由分子流领域 ($Kn > 10$)。而当 $Kn < 0.01$ 时,可以认为流动处于连续领域内,在这一领域内可以采用连续介质模型描述气体的流动。

对于气体而言,分子平均自由程是分子两次碰撞之间通过的平均距离。当采用硬球模型时,分子平均自由程可以表示为^[12]

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \pi n d^2} \quad (2)$$

式中, n 表示分子的数密度, d 表示分子直径。

压力和温度满足完全气体关系式^[13]

$$p = nk_B T \quad (3)$$

式中, p 表示压力; T 表示温度; n 表示气体的数量密度; k_B 表示 Boltzmann 常数, $k_B = 1.3805 \times 10^{-23}$ 。

从而,分子的平均自由程可以表示为

$$\lambda = \frac{k_B T}{\sqrt{2} \pi d^2 p} \quad (4)$$

当温度为 298 K 时,标准大气压下的分子的平均自由程为 $\lambda = 6.11 \times 10^{-8}$ m。本文中,真空管道内的管道压力变化范围是: $10^3 \sim 10^4$ Pa, 相应的分子平均自由程的变化范围是 $6.11 \times 10^{-7} \sim 6.11 \times 10^{-6}$ m。高速列车绕流流动的特征长度可取为列车的高度(对于典型的高速列车,其高度值可以取为 3.7 m)。由此可知,本文中,真空管道中高速列车周围流场流动的 Knudsen 数最大值为

$$Kn = \lambda_{\max} / L = 1.65 \times 10^{-6} \ll 0.01 \quad (5)$$

由此可知,真空管道中高速列车的流场可以采用连续介质模型描述。

1.2 数学模型

压缩性是流体的基本属性,任何流体都是可压缩的,但当流体密度的变化对流动的影响可以略去不计时,可以采用不可压缩流动假设,即密度为常数。一般情况下,对于明线上运行的高速列车,列车速度一般不超过 400 km/h (相应的马赫数为 0.3268),空气密度的变化对流动的影响可以忽略不计,可以按不可压缩粘性流考虑。但对于真空管道高速列车,列车速度高于 400 km/h。本文研究的高速列车的速度为 600 ~ 1000 km/h, 相应的马赫数为 0.49 ~ 0.82, 明显高于 0.3, 需要考虑空气的压缩性;另一方面,真空管道是封闭结构,也需要考虑压缩性的影响。从而,本文中真空管道高速列车的流场可以采用三维可压缩 Navier-Stoke 方程描述,空气采用理想气体,其控制方程可以表示为^[14]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (6)$$

$$\frac{d}{dt}(\rho u) + \text{div}(\rho u \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \text{div}(\mu \text{grad} u) \quad (7)$$

$$\frac{d}{dt}(\rho v) + \text{div}(\rho v \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \text{div}(\mu \text{grad} v) \quad (8)$$

$$\frac{d}{dt}(\rho w) + \text{div}(\rho w \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \text{div}(\mu \text{grad} w) \quad (9)$$

$$\frac{d(\rho e)}{dt} + \operatorname{div}(\rho e \mathbf{u}) = -p \operatorname{div} \mathbf{u} + \operatorname{div}(k_T \operatorname{grad} T) \quad (10)$$

$$p = \rho RT, e = C_v T \quad (11)$$

式中, $\operatorname{div}(\cdot)$ 表示散度算子; $\operatorname{grad}(\cdot)$ 表示梯度算子; ρ 表示流体密度; t 表示时间; \mathbf{u} 表示流体速度, u 、 v 、 w 分别表示流体速度 \mathbf{u} 在 x 、 y 、 z 坐标方向上的分量; p 表示流体压力; μ 表示流体动力粘度, 采用 Sutherland 公式进行计算; e 表示内能; k_T 表示热传导系数; T 表示温度。

理论上, 由以上方程, 再加上根据求解问题所指定的边界条件和初始条件, 就可以完全确定列车周围的速度场、压力场和温度场。但是, 列车周围的空气流动处于完全的湍流状态, 而湍流是一种复杂的随机、非定常、三维有旋流动, 直接数值模拟必须采用很小的时间与空间步长, 需要耗费大量的计算时间, 现有计算机的存储量和计算速度是无法胜任的。工程湍流计算普遍采用湍流模型, 本文采用标准 $k-\epsilon$ 湍流模型, 其控制方程可以表示为^[14]

$$\frac{d(k)}{dt} + \frac{d(\rho k u_i)}{dx_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \mu_t \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \rho \epsilon \quad (12)$$

$$\frac{d(\epsilon)}{dt} + \frac{d(\rho \epsilon u_i)}{dx_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_1 \mu_t \frac{\epsilon}{k} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - C_2 \rho \frac{\epsilon^2}{k} \quad (13)$$

式中, k 表示湍流动能; ϵ 表示湍流耗散率; μ_t 表示湍流粘性系数, $\mu_t = \frac{C_\mu \rho k^2}{\epsilon}$; C_μ 表示湍流常数, 一般情况下取 $C_\mu = 0.09$; C_1 、 C_2 、 σ_k 、 σ_ϵ 表示经验常数。

1.3 数值模型

真实的列车外形复杂, 其长细比很大, 如 CRH 型动车组, 当列车为 8 车编组时, 全长 200 m 左右, 如果对整列列车的流场进行三维可压缩数值模拟, 计算量将非常大, 对计算机的计算速度和存储容量要求很高。因此有必要对所计算的列车物理模型进行适当的简化。由于距离车头一定距离以后, 列车中间流场结构基本稳定, 缩短的列车模型和完整的列车模型相比, 其流场基本特征变化不大^[15-16]。因此本文采用头车-中间车-尾车三节车编组的列车模型, 其中头车和尾车的形状相同。同时, 为避免网格过多, 将列车简化为光滑曲面构成的几何体, 而不考虑受电弓、转向架、门把手等细部特征。

真空管道高速列车的流场计算区域如图 1 所

示, 高速列车与地面之间的距离为 200 mm, 真空管道的横截面尺寸随着阻塞比 β 的变化而变化。阻塞比 β 定义为高速列车最大横截面面积与真空管道横截面面积之比, 本文计算了 6 种阻塞比 (0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7) 下高速列车气动性能。网格划分时, 物面网格采用三角形单元, 空间网格采用四面体单元, 高速列车表面的最大网格尺寸为 100 mm, 真空管道壁面的最大网格尺寸为 1000 mm, 不同计算模型下的网格总数为 $4 \times 10^6 \sim 5 \times 10^6$ 。入口和出口采用压力远场边界条件, 温度均设置为 298 K, 流动速度则根据具体的计算工况进行设置。高速列车表面、真空管道壁面和地面均设置为固定壁面。

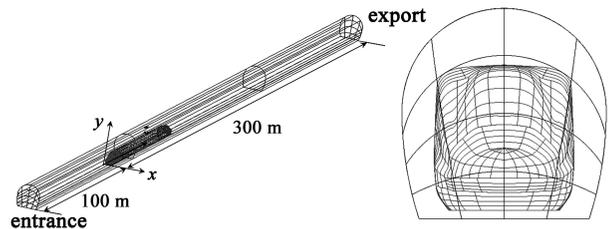


图 1 计算区域

Fig 1 Computational domain

2 高速列车气动噪声源计算方法

目前, 高速列车气动噪声源的计算主要是基于 Lighthill 声学比拟理论。1952 年, 英国科学家 Lighthill^[17] 利用声学类比方法得到了著名的 Lighthill 方程, 标志着气动声学的诞生。Lighthill 方程指出流体流动发声是由四极子源引起的, 四极子源的强度等于流场单位体积上的 Lighthill 应力张量。Lighthill 方程是在无边界的自由空间中得到的, 没有考虑固体边界的影响。1955 年, Curle^[18] 将 Lighthill 方程推广到考虑静止固体边界的影响, 得到了 Curle 方程。Curle 方程可用于描述气体流经固体表面时所产生的噪声。1969 年, Ffowcs Williams 和 Hawkins^[19] 将 Curle 方程推广到考虑运动固体边界的影响, 即 FW-H 方程, FW-H 方程可以描述固体在流体中运动时所产生的噪声。本文采用数值风洞的方法计算高速列车气动噪声源, 数值计算时高速列车是静止不动的, 计算区域入口风速设置为列车的运行速度, 从而可以采用 Curle 方程计算高速列车的气动噪声源。Curle 方程指出固体边界上将会产生偶极子源, 进而诱发气动噪声, 偶极子源的强度与固体表面的脉动

压力有关。综上所述, 高速列车气动噪声源主要包括偶极子噪声源和四极子噪声源, 偶极子噪声源是由车身表面的脉动压力引起的, 四极子噪声源是由列车周围的空气流动引起的。

2.1 偶极子噪声源模型

Curle 声学积分公式用于研究气体流经固体表面时所产生的噪声, 其表达式如下^[18]

$$p'(x, t) = \frac{1}{4\pi a_0} \int_S \frac{(x_i - y_i) n_i}{r^2} \frac{\partial p}{\partial t}(y, \tau) dS(y) \quad (14)$$

式中, x, y 分别表示远场点和近场点的位置; x_i, y_i 分别表示 x, y 的分量; t 表示时间; τ 表示延迟时间, $\tau = t - r/a_0$; p' 表示声压; a_0 表示声速; S 表示固体表面; r 表示点 x 与 y 的距离; n_i 表示固体表面的单位法向量分量。

利用式 (14), 固体表面辐射的总声功率级 P_A 可以近似表示为

$$P_A = \int_S \frac{A_c(y)}{12\rho\sigma a_0^3} \left[\frac{\partial p}{\partial t} \right]^2 dS(y) \equiv \int_S I(y) dS(y) \quad (15)$$

式中, A_c 表示关联区域, $I(y)$ 可以解释为固体表面每单位面积的噪声对总声功率级的贡献, 也就是说 $I(y)$ 即为固体表面的偶极子噪声源。

2.2 四极子噪声源模型

Lighthill 方程研究了气体流动所产生的噪声。Proudman 由 Lighthill 方程出发, 推导出各向同性湍流运动的声功率方程, 得到各向同性湍流的单元体积的声功率的表达式^[20]

$$P_A = \alpha \rho_0 \left(\frac{u^3}{l} \right) \frac{u^5}{a_0^5} \quad (16)$$

式中, u 和 l 分别表示湍流速度和湍流尺度, α 表示模型常量。

采用湍动能 k 和湍流耗散率 ϵ , 式 (17) 可以表示为

$$P_A = \alpha_\epsilon \rho_0 \epsilon M_i^5 \quad (17)$$

计算时, α_ϵ 依据各向同性湍流的数值模拟的结果, 由 Sarkar 和 Hussaini 测得为 0.1。在特定的湍流区域, Proudman 方程可以求出体积单元某处位置的噪声功率, 即四极子噪声源。

声功率级定义为

$$L_p = 10 \log \left(\frac{P_A}{P_r} \right) \quad (18)$$

式中, P_r 表示参考声功率, $P_r = 10^{-12} \text{ W/m}^3$ 。

3 真空管道高速列车气动噪声源分析

真空管道高速交通系统的三个最为重要的初始设计参数是阻塞比、管道压力和列车速度, 本文研究了这三个设计参数对高速列车表面偶极子噪声源和四极子噪声源的影响, 阻塞比的变化范围是 0.2 ~ 0.7, 管道压力的变化范围是 $10^3 \sim 10^4$, 列车速度的变化范围是 600 ~ 1000 km/h。

图 2 给出了阻塞比为 0.5 时, 不同列车速度下的高速列车偶极子噪声源和四极子噪声源随管道压力的变化规律, 其中图 2(a) 为偶极子噪声源, 图 2(b) 为四极子噪声源。由图 2 可以看出, 当列车速度及阻塞比固定时, 偶极子噪声源和四极子噪声源均随着管道压力的增加而增大。当管道压力由 10^3 增加为 10^4 , 各车速下的高速列车偶极子源和四极子源均增加 10 dB 左右。降低管道压力可以有效减小高速列车气动噪声源的强度。此外, 由图 2 可以看出, 当列车速度为 600 km/h 时, 四极子噪声源较小, 偶极子噪声源占据主导地位, 随着列车运行速度的提高, 四极子噪声源变得越来越明显, 当列车速度为 1000 km/h 时, 四极子噪声源占据主导地位。

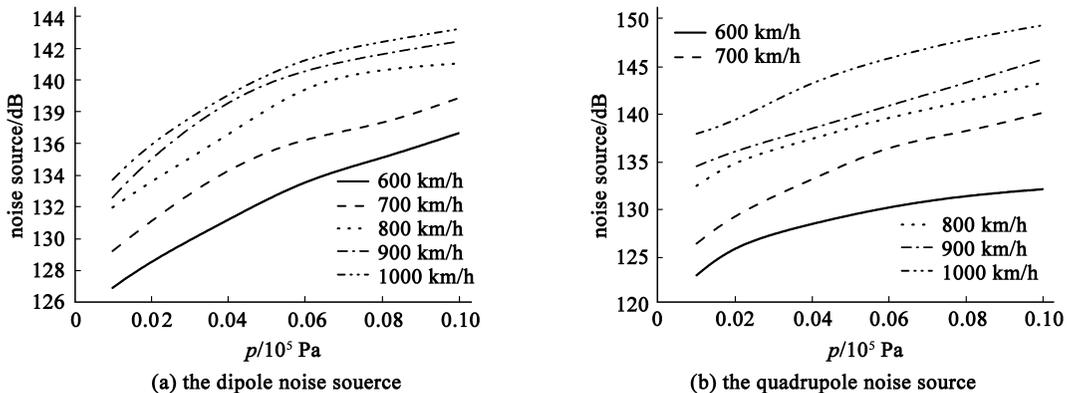


图 2 噪声源随管道压力的变化规律

图 3 给出了管道压力为 0.06×10^5 Pa 时, 不同阻塞比下的高速列车偶极子噪声源和四极子噪声源随列车速度的变化规律, 其中图 3(a) 为偶极子噪声源, 图 3(b) 为四极子噪声源, 横坐标中 v_0 等于 600 km/h。由图 3 可以看出, 当管道压力和阻塞比固定

时, 偶极子噪声源和四极子噪声源均随着列车速度的增加而增大, 且与列车速度的对数成线性关系。当列车速度由 600 km/h 增加为 1000 km/h, 各阻塞比下的高速列车偶极子源增加 8 dB 左右, 四极子噪声源增加 13 dB 左右。

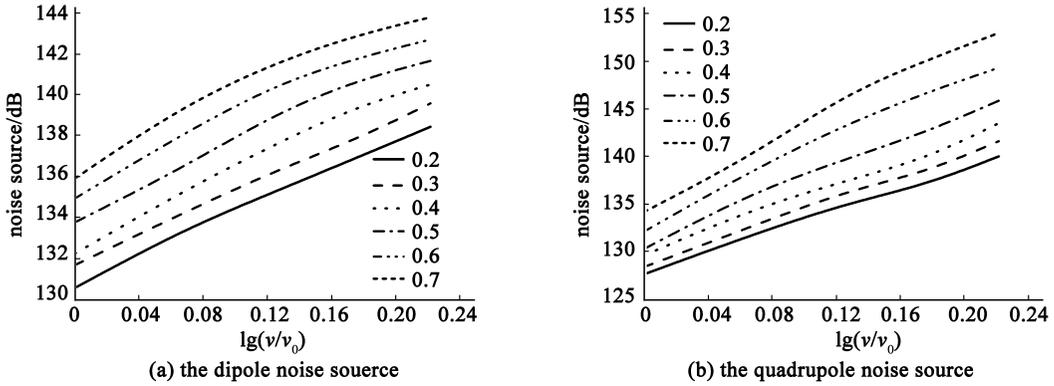


图 3 噪声源随列车速度的变化规律

Fig 3 The dependence of noise intensity on the speed

图 4 给出了列车速度为 900 km/h 时, 不同管道压力下的高速列车偶极子噪声源和四极子噪声源随阻塞比的变化规律, 其中图 4(a) 为偶极子噪声源, 图 4(b) 为四极子噪声源。由图 4 可以看出, 当列车

速度和管道压力固定时, 偶极子噪声源和四极子噪声源均随着阻塞比的增加而增大。当阻塞比由 0.2 增加为 0.7, 各管道压力下的高速列车偶极子源增加 6 dB 左右, 四极子噪声源增加 12 dB 左右。

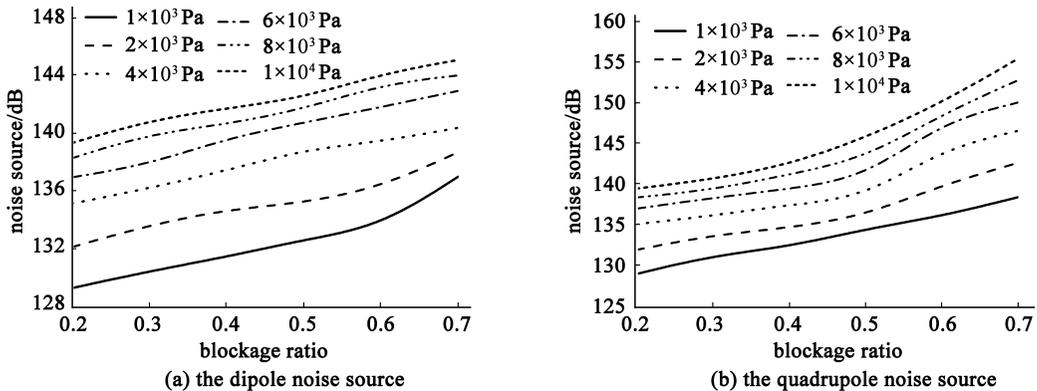


图 4 噪声源随阻塞比的变化规律

Fig 4 The influence of the blockage ratio on the noise intensity

理想的真空管道高速交通系统应使得列车在高速运行时具有较小的噪声。由上面的分析可知, 当列车速度一定时, 为了降低高速列车的气动噪声, 应尽可能地降低真空管道的管道压力, 以使其接近于真空状态, 并需要尽可能地减小阻塞比。但对于实际的真空管道高速交通系统, 受建设及运营成本的限制, 管道压力和阻塞比不能无限地减小。因此, 管

道压力和阻塞比的最优设计, 需要进一步考虑经济成本的影响。

4 结论

本文建立真空管道中高速列车空气动力学模型和气动噪声源分析模型, 较为系统地研究了管道压力、列车速度和阻塞比对高速列车表面偶极子噪声

源和四极子噪声源的影响, 主要有如下结论:

(1)在低压($10^3 \sim 10^4$ Pa)环境下, 真空管道中的气体流动可以采用连续介质模型描述。

(2)真空管道中, 高速列车偶极子噪声源和四极子噪声源与列车速度的对数成线性关系。当列车速度较低时, 四极子噪声源较小, 偶极子噪声源占据主导地位。随着列车运行速度的提高, 四极子噪声源变得越来越明显, 并超过偶极子噪声源而占据主导地位。

(3)真空管道中, 高速列车偶极子噪声源和四极子噪声源随着管道压力和阻塞比的增加而增大, 减小管道压力和阻塞比可以有效降低高速列车的气动噪声源。

(4)对于实际的真空管道高速交通系统, 在进行管道压力和阻塞比的最优设计时, 既需要考虑气动特性的影响, 还需要考虑经济成本的影响。

参 考 文 献

- [1] 沈志云. 高速列车的动态环境及其技术的根本特点 [J] . 铁道学报, 2006, 28(4): 1—5
- [2] Raghunathan R S, Kim H D, Setoguchi T. Aerodynamics of High-Speed Railway Train [J] . Progress in Aerospace Science, 2002, 38(6—7): 469—514
- [3] Talotte C. Aerodynamic Noise; a Critical Survey [J] . Journal of Sound and Vibration, 2000, 231(3): 549—562
- [4] 沈志云. 高速磁浮列车对轨道的动力作用及其与轮轨高速铁路的比较 [J] . 交通运输工程学报, 2001, (1): 1—6
- [5] Pierre R, Michele M. Swissmetro; a Revolution in the High-Speed Passenger Transport System [C] . Proceedings of the 1st Transport Research Conference, Ascona, 2001; 1—16
- [6] Mossi M, Sybilla S. Swissmetro; Aerodynamic Drag and Wave Effects in Tunnels Under Partial Vacuum [C] . Proceedings of Maglev, Lausanne, 2002; 156—163
- [7] 沈志云. 关于我国发展真空管道高速交通的思考 [J] . 西南交通大学学报, 2005, 40(2): 133—137
- [8] 周 晓, 张殿业, 张耀平. 真空管道中阻塞比对列车空气阻力影响的数值研究 [J] . 真空科学与技术学报, 2008, 28(6): 535—538
- [9] Kim TK, Kim KH, Kwon HB. Aerodynamic Characteristic of a Tube Train [J] . Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2011, 99(12): 1187—1196
- [10] Liu J L, Zhang J Y, Zhang W H. Aerodynamic Characteristics and Parameters Design of the Vacuum Tube High-Speed Transportation System [C] . STECH, Korea; Seoul 2012
- [11] Tsien H S. Superaerodynamics, Mechanics of Rarefield Gases [J] . Journal of Aerodynamic Science, 1964, 13(12): 653—664
- [12] Bird G. Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows [M] . New York: Oxford University Press, 1994
- [13] 薛大同. 静电悬浮加速度计与真空有关的噪声分析 [J] . 真空科学与技术学报, 2011, 31(5): 633—640
- [14] Versteeg H K, Malalasekera W. An Introduction to Computational Fluid Dynamics; The Finite Volume Method (Second edition) [M] . Prentice Hall 2007
- [15] Coleman S A, Baker C J. High Sided Road Vehicles in Crosswind [J] . Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1990, 36(2): 1383—1392
- [16] Minoru Suzuki, Katsuji Tanemoto, Tatsuo Maeda. Aerodynamic Characteristics of Train/Vehicles under Cross Winds [J] . Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2003, 91(1—2): 209—218
- [17] Lighthill M J. On Sound Generated Aerodynamically; Part 1: General Theory [J] . Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences, 1952, 211(1107): 564—587
- [18] Curle N. The Influence of Solid Boundaries upon Aerodynamic Sound [J] . Proceeding of the Royal Society of London, 1955, 231(1187): 506—514
- [19] Ffowcs Williams J E, Hawkings D L. Sound Generation by Turbulence and Surfaces in Arbitrary Motion [J] . Philosophical Transactions for the Royal Society of London, Mathematical and Physical Sciences, 1969, A264(1151): 321—342
- [20] Proudman I. The Generation of Noise by Isotropic Turbulence [J] . Proceeding of the Royal Society of London, Mathematical and Physical Sciences, 1952, A214(1116): 119—132